معهد العراب العالي للتدريب

١٢١
رياضيات

سارة عبدالله

معهد العراب العالي للتدريب

11

المحاضرة الحادية عشر

التكامل

2024

5

محتويات المحاضرة

1. التكامل.
2. التكامل الغير محدود.
3. التكامل المحدود.
4. خواص التكامل.

التكامل

التكامل هو العملية العكسية للتفاضل، وهو حساب المساحة داخل منحنى الدالة.

- يرمز للتكامل بالرمز $\int$ ويضاف بعد دالة التكامل dx وهذا يعني أن التكامل يكون للمتغير x.
- سنتطرق لتكامل كثيرات الحدود و الدوال الأسية واللوغارتمية والدوال المثلثية.

٤

تكامل كثيرات الحدود

عند تكامل كثيرات الحدود نضيف واحد على الأس ثم نقسم الأس على المعامل، ويُضاف c بعد تكامل الدالة إذا كان التكامل **غير محدود** كما في الأمثلة التالية:

- $\int 3dx = 3x + c$
- $\int 4xdx = \frac{4x^2}{2} + c = 2x^2 + c$
- $\int (3x^2 + 2x - 1)dx = \frac{3x^3}{3} + \frac{2x^2}{2} - x + c = x^3 + x^2 - x + c$

تكامل الدالة الأسية والدالة اللوغارتمية

- $\int \frac{1}{x} dx = ln(x) + c$
- $\int e^x dx = e^x + c$

٦

تكامل الدوال المثلثية

- $\int sin(x)dx = -cos(x) + c$
- $\int cos(x)dx = sin(x) + c$

٧

التكامل المحدود

- $\int_1^3 2x+3dx = x^2+3x|_1^3 \ ((3)^2+3(3)) - ((1)^2+3(1))$
  $= (9+9) - (1+3) = 18-4 = 14$

- $\int_2^4 e^x dx = e^x|_2^4 = e^4 - e^2$

خواص التكامل المحدود

- $\int_4^4 e^x dx = 0$
- $\int_1^2 sin(x)dx = -\int_2^1 sin(x)dx$
- $\int_2^5 x^3 dx = \int_2^3 x^3 dx + \int_3^5 x^3 dx$

معهد العراب العالي للتدريب

مراجعة سريعة

- تكامل كثيرات الحدود هو اضافة واحد على الأس والقسمة على الأس الجديد.
- يمكن ايجاد التكامل للدوال المثلثية والأسية واللوغاريتمية كما أخذناه سابقاً .
- التكامل المحدود : هو التعويض بحدود التكامل .

2024

النهاية

21

سؤال و إجابة

تكامل $\int_1^1 9x - 4dx$ هو

- -1
- 0
- 4
- 6

معهد العراب العالي للتدريب

شكرا

معهد العراب العالي للتدريب

١٢١
رياضيات

ساره عبدالله

معهد العراب العالي للتدريب

6

المحاضرة السادسة

معادلات الدرجة الأولى بمتغير واحد

2024

5

محتويات المحاضرة

1. معادلات الدرجة الأولى بمتغير واحد.
2. حل معادلات الدرجة الأولى بمتغير واحد.

معادلات الدرجة الأولى بمتغير واحد "المعادلات الخطية"

المعادلة	تساوي بين عبارتين. $3x = 5$ $4x + 2y = 7$ $5x^2 - 3x + 4 = 0$
حل المعادلة	إيجاد جميع القيم للمتغير والتي تجعل المعادلة صحيحة.
المعادلات الخطية	هي معادلة يمكن كتابتها على الشكل التالي $ax + b = 0$ حيث a , b عددان حقيقيان و $a \neq 0$ ويمكن حلها بوضع المجاهيل في طرف والمعاليم في طرف

٤

أمثلة

- $2x = 8$

  $x = \frac{8}{2}$

  $x = 4$

- $x + 4 = 7$

  $x = 7 - 4$

  $x = 3$

- $3(x+4) = 6$

  $3x + 12 = 6$

  $3x = 6 - 12$

  $3x = -6$

  $x = \frac{-6}{3}$

  $x = -2$

تمارين

$h - 8 = 9$	$n + 6 = 8$	$3n = 12$	$4n = 17$
$-2 = f - 12$	$x - 2 = 1$	$2x = 8$	$4x = 20$
$x + 12 = -1$	$x + 13 = 8$	$-8x = 12$	$7a = 49$

معهد العراب العالي للتدريب

7

المحاضرة السابعة

معادلات الدرجة الثانية بمتغير واحد

2024

7

محتويات المحاضرة

1. معادلات الدرجة الثانية بمتغير واحد.
2. حل معادلات الدرجة الثانية بمتغير واحد.

معادلات الدرجة الثانية بمتغير واحد

هي معادلة يمكن كتابتها على الشكل التالي $a \neq 0$ ، $ax^2 + bx + c = 0$

المميز

- نحدد قيم a, b, c
- نوجد المميز $\Delta = b^2 - 4ac$ وله ثلاث حالات:
  - ← $\Delta > 0$ المعادلة لها حلان حقيقيان مختلفان.
  - ← $\Delta < 0$ المعادلة ليس لها حل.
  - ← $\Delta = 0$ للمعادلة حل واحد
- نعوض بالقانون العام: $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

مثال

$$x^2 + 5x + 6 = 0$$
$$a = 1 \quad b = 5 \quad c = 6$$
$$\Delta = b^2 - 4ac$$
$$= 5^2 - 4 \times 1 \times 6$$
$$= 25 - 24$$
$$= 1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$
$$= \frac{-5 \pm \sqrt{1}}{2 \times 1}$$
$$= \frac{-5 \pm 1}{2}$$
$$x_1 = \frac{-5+1}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$
$$x_2 = \frac{-5-1}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

تمارين

أوجدي حل المعادلات التالية:

- $3x^2+6x+7=0$
- $x^2-2x-15=0$
- $x^2+6x+9=0$
- $3x^2-9x=0$

١١

معهد العراب العالي للتدريب

8

المحاضرة الثامنة

معادلات الدرجة الأولى بمتغيرين

2024

9

محتويات المحاضرة

1. معادلات الدرجة الأولى بمتغيرين.
2. حل معادلات الدرجة الأولى بمتغيرين
- الحذف بالجمع.
- قاعدة كرامر.

١٣

• الحذف بالجمع

إذا كان لدينا معادلتين خطيتين ذات مجهولين y ,x على الشكل التالي:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

- نضع معامل أحد المتغيرين متساوي عددياً ومختلف بالإشارة.
- نجمع المعادلتين.
- نوجد حل المعادلة الناتجة.
- نعوض في أحد المعادلتين الأساسيتين لنوجد قيمة المتغير الآخر

مثال

$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$$

$$2x = 4$$

$$x = 2$$

$$x + 2y = 3$$

$$2 + 2y = 3$$

$$2y = 3 - 2$$

$$2y = 1$$

$$y = \frac{1}{2}$$

١٥

● قاعدة كرامر

- نوجد محددة المعاملات بحيث لا تساوي الصفر ، أي نوجد $\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \neq 0$
- نوجد Δx و Δy بحيث $\Delta y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}$ ، $\Delta x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}$
- نوجد قيمة x, y حيث $y = \frac{\Delta y}{\Delta}$ ، $x = \frac{\Delta x}{\Delta}$

١٦

مثال

$$\begin{cases} x+2y=3 \\ x-2y=1 \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = -2-2 = -4$$

$$\Delta x = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = -6-2 = -8$$

$$\Delta y = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 1-3 = -2$$

$$x = \frac{-8}{-4} = 2$$

$$y = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$$

١٧

تمارين

$$x + 3y = 9$$
$$5x + 3y = 21$$

$$2x + 3y = 6$$
$$4x + 2y = 4$$

$$-2x + y = 5$$
$$3x - 4y = -25$$

$$2x + 8y = 5$$
$$x + 4y = 11$$

١٨

معهد العراب العالي للتدريب

2024

النهاية

مراجعة سريعة

- إذا كانت المعادلة من الدرجة الأولى، فإنه يمكن إيجاد حل المعادلة عن طريق وضع الأعداد في طرف والمتغيرات في الطرف الأخر، وذلك يكون بعكس العملية.
- إذا كانت المعادلة من الدرجة الثانية فإنه يمكن إيجاد حل للمعادلة بطريقتين ، إما التحليل ومساواتها بالصفر، أو بالقانون العام.
- إذا كانت المعادلة من الدرجة الأولى بمتغيرين فإنه يمكن حل المعادلة بطريقتين، طريقة الحذف بالجمع، وذلك بجعل احد معاملات x أو y متساويه في العدد ومختلفة في الإشارة، ومن ثم جمع المعادلتين والحصول على قيمة لأحد المتغيرين ثم التعويض في المعادلة لإيجاد المتغير الآخر، والطريقة الثانية هي قاعدة كرامر حيث نوجد المحددة الأساسية ومحددة x باستبدال قيم x بالنتائج ، ومحددة y باستبدال قسم y بالنتائج، وأخيرا قسمة كل من محددة x و المحددة y على المحددة الأساسية لنحصل على قسمة x و y .

سؤال و إجابة

إذا كان المميز يساوي الصفر فإن المعادلة

1. لها حل واحد.
2. لها حلين مختلفين .
3. لها ثلاثة حلول.
4. ليس لها حل .

معهد العراب العالي للتدريب

شكرا

معهد العراب العالي للتدريب

١٢١
رياضيات

سارة عبدالله

معهد العراب العالي للتدريب

9 المحاضرة التاسعة

النهايات

2024

5

محتويات المحاضرة

1. النهاية بالتعويض المباشر .
2. النهاية في حالات عدم التعيين.
3. النهاية عند المالانهاية.

النهايات

الدالة $\lim_{x \to a} f(x)$

نقول نهاية الدالة $f(x)$ عندما x تقترب من العدد a

يتم حساب النهاية بالتعويض المباشر بالعدد a بدلا من x ثم حساب القيمة العددية للدالة

وعند الحصول على صيغ عدم التعيين $\frac{0}{0}$ او $\frac{\infty}{\infty}$ يتم استخدام طرق لإزالة هذه الصيغ .

٤

خصائص النهايات

١- $\lim_{x\to a} C = C$

٢- $\lim_{x\to a} cx = c \lim_{x\to a} x$

٣- $\lim_{x\to a}(f(x)\pm g(x)) = \lim_{x\to a} f(x) \pm \lim_{x\to a} g(x)$

٤- $\lim_{x\to a}(f(x)\cdot g(x)) = \lim_{x\to a} f(x) \cdot \lim_{x\to a} g(x)$

٥- $\lim_{x\to a}(f(x)\div g(x)) = \lim_{x\to a} f(x) \div \lim_{x\to a} g(x)$

٥

• التعويض المباشر

يُمكننا إيجاد قيمة النهاية عن طريق التعويض المباشر بنقطة النهاية في الدالة كما في الأمثلة التالية :

- $\lim_{x \to 2} x^2 + 1 = 2^2 + 1 = 4 + 1 = 5$
- $\lim_{x \to 1} 3x = 3 \times 1 = 3$
- $\lim_{x \to 2} \frac{x^2 - 2}{x} = \frac{2^2 - 2}{2} = \frac{4 - 2}{2} = \frac{2}{2} = 1$

تمارين

احسبي نهاية الدالة:

[1] $\lim_{x \to 1} 7 =$

[2] $\lim_{x \to 2} 3x =$

[3] $\lim_{x \to 1} 5x^2 + 6x + 1 =$

[4] $\lim_{x \to 1} \left(\frac{x^2 + 2x}{3} \right) =$

• حالات عدم التعيين

هناك دوال لا يمكن ايجاد النهاية إلا عن طريق التحليل ومن ثم الاختصار
والتعويض المباشر كما في الأمثلة التالية :

- $\lim_{x\to 3} \frac{x^2-9}{x-3} = \frac{(x-3)(x+3)}{x-3} = x+3 = 3+3 = 6$

- $\lim_{x\to 0} \frac{x^2-x}{x} = x-1 = 0-1 = -1$

تمارين

[1] $\lim_{x\to 3} = \frac{x^2-9}{x-3} =$

[2] $\lim_{x\to 0} \frac{x^2-x}{x} =$

[3] $\lim_{x\to 0} \frac{x^4}{x^2} =$

[4] $\lim_{x\to -3} \frac{x^2+x-6}{x^2-9} =$

• النهاية عند المالانهاية

نهاية الدالة عند المالانهاية

عند التعويض المباشر في الدالة الكسريه نجد هناك ثلاث حالات

١- درجة البسط أكبر من درجة المقام وهنا نهايته تساوي ∞

٢- درجة البسط أقل من درجة المقام وهنا نهايته تساوي 0

٣- درجة البسط تساوي درجة المقام وهنا نهاية الدالة تساوي قسمة معاملي الدرجتين

تمارين

[1] $\lim_{x\to\infty}(x^2+5x+2)=$

[2] $\lim_{x\to\infty}\frac{2}{x}=$

[3] $\lim_{x\to\infty}\frac{1}{x^2}=$

١١

معهد العراب العالي للتدريب

2024

النهاية

مراجعة سريعة

يمكن إيجاد النهاية بالتعويض المباشر، وعند ظهور حالات عدم التعيين $\frac{0}{0}$ ، أو كان المقام بصفر، فهنا يجب تحليل البسط أو المقام أو كلاهما حسب السؤال، والاختصار ثم التعويض.

أما النهاية عند المالانهاية فهناك ٣ حالات لها:

1. إذا كانت درجة البسط أكبر من درجة المقام، يكون الناتج ∞
2. إذا كانت درجة البسط أصغر من درجة المقام، يكون الناتج 0.
3. إذا كانت درجة البسط مساوية لدرجة المقام، يكون الناتج المعامل الرئيسي لدرجة البسط على المعامل الرئيسي لدرجة المقام.

سؤال و إجابة

سؤال عن المحاضرة ؟

إجابة خيارات متعددة

معهد العراب العالي للتدريب

شكرا

معهد العراب العالي للتدريب

121 رياضيات

سارة عبدالله

معهد العراب العالي للتدريب

10

المحاضرة العاشرة

التفاضل (الاشتقاق)

2024

5

محتويات المحاضرة

1. خواص التفاضل.
2. تفاضل كثيرات الحدود.
3. تفاضل الدوال .
4. تفاضل الدالة الأسية واللوغاريتمية.

التفاضل

- يرمز للتفاضل بالرمز $f'(x)$ أو $\frac{df(x)}{dx}$.
- سنتطرق لتفاضل كثيرات الحدود و الدوال الأسية واللوغارتمية والدوال المثلثية.

٤

تفاضل كثيرات الحدود

عند تفاضل كثيرات الحدود نضرب الأس في المعامل ونطرح من الأس واحد كما في الأمثلة التالية:

- $f'(2x^3 + 5x^2 - 3) = 6x^2 + 10x$
- $f'(-3) = 0$
- $f'(x^5) = 5x^4$
- $f'(2) = 0$

٥

أمثلة

[1] $y = 3$

[2] $y = -4$

[3] $y = 4x$

[4] $y = \frac{5x}{3} = \frac{5}{3}x$

[5] $y = x^2$

[6] $y = 5x^3$

[7] $y = \frac{3}{2}x^4$

[8] $y = 3x^2 + 5x + 4$

تفاضل الضرب

تفاضل الدالة الأولى مضروباً في الدالة الثانية + الدالة الأولى مضروباً في تفاضل الدالة الثانية

- $f'(e^x \,.\, sin(x)) = e^x sin(x) - e^x cos(x)$

تفاضل القسمة

(تفاضل الأولى × في الثانية – الأولى × في تفاضل الثانية) مقسوماً على الثانية ^{2}

- $f'(\frac{x^2}{e^x}) = \frac{2xe^x - x^2e^x}{e^{2x}}$

تفاضل الدوال المثلثية

- $f'(sinx) = cosx$
- $f'(cosx) = -sinx$

٩

تمارين

$$y = 3x \cdot \cos x$$

$$y = \sin x$$

$$y = \cos 2x$$

تفاضل الدالة الأسية والدالة اللوغارتمية

- $f'(ln(x)) = \frac{1}{x}$
- $f'(e^x) = e^x$

تمارين

$$y = e^{x}$$

$$y = 3e^{x}$$

$$y = e^{2x+1}$$

$$y = 5e^{x^2}$$

$$y = e^{\sin x}$$

$$y = \ln 2x$$

أمثلة لبعض التفاضلات

هناك دوال بداخلها دوال أخرى بدلاً من x ويمكن حلها بتفاضل الدالة ثم الضرب في تفاضل مابداخلها كما في الأمثلة التالية

- $f'(e^{3x-1}) = 3.e^{3x-1}$
- $f'(sin(2x^2)) = 4x\,.\,cos(2x^2)$

١٣

معهد العراب العالي للتدريب

مراجعة سريعة

- تفاضل كثيرات الحدود يكون بضرب الأس في المعامل ، ثم طرح واحد من الأس.
- تفاضل الدوال المثلثية والأسية واللوغارتمية كما ذكرناه سابقاً قانون.
- تفاضل دالة بداخلها دالة ، لابد من تفاضل الدالة ثم الضرب في تفاضل مابداخلها
- تفاضل الضرب والقسمة كما ذكرناه سابقاً قانون وتعويض.

2024

النهاية

سؤال و إجابة

تفاضل $e^x cosx$

1. $-e^x sinx$
2. $e^x cosx - e^x sinx$
3. $e^x cosx + e^x sinx$

١٥

معهد العراب العالي للتدريب

شكرا

معهد العراب العالي للتدريب

121 رياضيات

سارة عبدالله

نبذة عن المقرر

يحتوي هذا المقرر على دراسة لكثيرات الحدود والعمليات عليها والكسور الجبرية، ومعادلات الدرجة الأولى ومعادلات الدرجة الثانية بمتغير واحد، و المصفوفات والعمليات عليها ومحددة المصفوفة ومعكوسها، والنهايات والتفاضل والتكامل.

الأهداف العامة والتفصيلية من المقرر

بعد الانتهاء من هذا المقرر ستكون المتدربة قادرة على

- تحديد الدوال هل هي كثيرة حدود أم لا و تطبيق العمليات عليها.
- تحليل دوال الدرجة الثانية.
- معرفة المصفوفات وتطبيق العمليات المختلفة عليها.
- إيجاد محددة المصفوفة ومعكوسها والمنقول.
- حل معادلات الدرجة الأولى ومعادلات الدرجة الثانية بمتغير واحد.
- إيجاد نهايات الدوال عند نقطة معينة وعند المالانهاية والتعامل مع حالات عدم التعيين.
- إيجاد التفاضل لكثيرات الحدود و الدوال الأسية و اللوغارتمية و الدوال المثلثية.
- إيجاد التكامل المحدود والغير محدود للدوال المختلفة.

معهد العراب العالي للتدريب

ماذا قيل عن الرياضيات

لكل متغير قيمة تؤدي إلى نتيجة، فاختر متغيراتك جيداً لتصل إلى نتيجة ترضيك..

٤

معهد العراب العالي للتدريب

01

المحاضرة الأولى

كثيرات الحدود

2023

٥

محتويات المحاضرة

1. تعريف كثيرات الحدود.
2. كثيرات الحدود المتشابهة.
3. بعض التمارين.

٦

كثيرات الحدود

	وحيدة الحد	كثيرات الحدود
التعريف	حد جبري حاصل ضرب ثابت في متغير أو أكثر بشرط أن يكون الأساس غير سالب	عبارة عن مجموع مجموعة منتهية من وحيدات الحد
الدرجة	إذا كان متغير واحد فهو نفس الأس، أما إذا كان اكثر من متغير نجمع الأساس	إذا كان متغير واحد هو اكبر أس، أما إذا كان اكثر من متغير في نجمع الأساس لكل حد ودرجة هي اكبر مجموع
المعامل الرئيسي	لا يوجد سوى معاملة واحد فقط	معامل درجة كثيرة الحدود
الحد ثابت	لا يوجد	المعامل الذي لا يوجد بجانبه متغير

٧

حساب قيمة كثيرة حدود عند قيمة معينة للمتغير

نستخدم التعويض المباشر

$$2x^3 + x^2 + 7x + 5 \quad , \quad x = 1$$

$$f(1) = 2(1^3) + 1^2 + 7 \times 1 + 5$$
$$= 2 + 1 + 7 + 5$$
$$= 15$$

الحدود المتشابهة

نقول عن حدين أنهما متشابهين إذا كان لهما نفس الجزء الحرفي.

مثال

$5x^4$, $7x^4$

٨

مثال

الدالة	الدرجة	معاملها
$5x^4$		
$7x^3y^2$		
$9x$		
x^4		
$9x^{-3}$		
8		

٩

مثال

الدالة	نوعها	الدرجة	معاملها الرئيسي	معاملاتها	حدودها	الحد الثابت
$2x^3+3x+1$						
$5x^3y^2+4xy^3-9$						
$x+7$						
$3x^{-7}$						
x^3+7x						

الواجب

- إذا كانت $f(x)=7x^3+4x^2-9$

فأوجد :

(١) درجة كثيرة الحدود:

(٢) معاملات كثيرة الحدود:

(٣) الحدود

(٤) قيمة كثيرة الحدود عند $x=2$

أوجد قيمة كثيرة الحدود عند القيمة المعطاه

[1] $5x^4+3x^3-9x^2+12$, $x=2$

[2] $3x^2+8x-2$, $x=4$

[3] $5x^3y^2+7x^4y$, $x=1$, $y=2$

١١

معهد العراب العالي للتدريب

02

المحاضرة الثانية

العمليات على كثيرات الحدود

الجمع والطرح والضرب والقسمة

2023

محتويات المحاضرة

1. جمع كثيرات الحدود.
2. طرح كثيرات الحزود.
3. ضرب كثيرات الحدود.
4. قسمة كثيرات الحدود.

العمليات على كثيرات الحدود

الجمع: نجمع معاملات الحدود المتشابهة مثل $3x^2 + 5x^2 = 8x^2$

الطرح: نحول عملية الطرح إلى جمع ونغير إشارات كثيرة الحدود الثانية ثم نجمع مثل:

$3x^2 - 5x^2 = -2x^2$

الضرب: عند ضرب حدين نضرب المعاملات ونجمع الأسس.

- ناخذ الحد الأول من كثيرة الحدود الأولى ثم نضربها بجميع حدود كثيرة الحدود الثانية.
- نكرر العملية مع جميع حدود كثيرة الحدود الأولى.
- بعد الانتهاء نجمع معاملات الحدود المتشابهة.

١٤

العمليات على كثيرات الحدود

القسمة: عند قسمة حدين نقسم المعاملات ونطرح الأساس.

- نقسم الحد الأول من المقسوم على المقسوم عليه.
- ثم نقسم الحد الثاني من المقسوم على المقسوم عليه.
- نكرر عملية القسمة على كل الحدود.

مثال

(1) $(3x^2+4x+5)+(2x^2+7x-2)=$

(2) $(3x^2-2x+5)\cdot(2x^2-5x+2)=$

(3) $(8x^3-4x+1)-(5x^2+7x-12)=$

(4) $6x^3y^2+8x^3y^2=$

(5) $5x^4\cdot 3x^2=$

(6) $6\cdot(5x^3+3x^2-4x-10)=$

(7) $12x^6-9x^6=$

(8) $(4x^2-2x+7)+(5x^3+8x^2-1)=$

(9) $(x^3-3x^2-4x+8)-(x^2-2x+4)=$

(10) $(3x^2-8x-5)\cdot(5x-7)=$

مثال

أحسب العمليات التالية:

(1) $(30x^{12}) \div (6x^{3}) =$

(2) $(6x^{3} - 8x + 3) \div (2) =$

(3) $(6x^{3} + 4x^{2} - x) \div (2x) =$

معهد العراب العالي للتدريب

03 المحاضرة الثالثة

تحليل كثيرات الحدود

2023

١٨

محتويات المحاضرة

1. العامل المشترك الأكبر.
2. الفرق بين مربعين.
3. تحليل كثيرات الحدود الثلاثية.
4. الكسور الجبرية.

١٩

تحليل كثيرات الحدود

هو عملية كتابة كثيرة الحدود على شكل حاصل ضرب كثيرات حدود من درجة أقل.

ويمكن تحليل كثيرات الحدود بطرق مختلفة وهي كالتالي:

- **العامل المشترك الأكبر:** نوجد أكبر عامل مشترك بين الحدود.

نأخذ القاسم المشترك الأكبر بين الأعداد مع المتغير المشترك ذو الأس الأصغر.

$$18x^3 + 12x = (6x)(3x^2 + 2)$$

- **تمييز فرق مربعين:** يكون على الصورة $x^2 - a^2 = (x - a)(x + a)$

$$x^2 - 16 = x^2 - 4^2 = (x - 4)(x + 4)$$

- **كثيرة الحدود الثلاثية:** نبحث عن عددين، حاصل ضربهما الحد الثابت، وحاصل جمعهما معامل x.

$$x^2 + 7x + 12 = (x + 3)(x + 4)$$

مثال

A) $x^2 - 9 =$

C) $9x^2 - 144 =$

E) $15x^2 - 12x =$

G) $x^2 - 4x =$

I) $x^2 + 2x - 24 =$

K) $x^2 - 6x + 8 =$

٢١

الكسور الجبرية

هي عبارة عن قسمة دالتي كثيرة حدود، واختصار الكسور الجبرية هو اختصار المعاملات المتشابهة بعد التحليل.

مثال:

A) $\frac{(x^2-4)}{(x-2)(x+3)} =$

B) $\frac{x^2-x-20}{3x-15} =$

الواجب

A) $x^2 + 5x + 6 =$

C) $x^2 - x - 2 =$

E) $16x^2 - 64 =$

G) $10x^3 + 6x =$

H) $\dfrac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 5x + 6} =$

مراجعة سريعة

- يمكن تحديد درجة كثيرة الحدود عن طريق أكبر أس.
- كثيرات الحدود المتشابهة هي الحدود التي لها نفس الأس فقط.
- لجمع أو طرح كثيرات الحدود نجمع أو نطرح الحدود المتشابهة .
- لضرب كثيرات الحدود نجمع الأسس ونضرب المعاملات.
- لقسمة كثيرات الحدود نطرح الأسس ونقسم المعاملات.
- يمكن تحليل كثيرات الحدود عن طريق المعامل المشترك الأكبر - تمييز الفرق بين مربعين- تحليل كثيرات الحدود الثلاثية.
- إذا قسمنا كثيرتي حدود فإنه لابد من تحليل كل واحدة ثم حذف المتشابهة من البسط مع المتشابهة من المقام.

2023

النهاية

سؤال و إجابة

$$\frac{x^2+2x-3}{x^2-8x+7}$$

- $\frac{x+3}{x+7}$
- $\frac{x-3}{x+7}$
- $\frac{x+3}{x-7}$
- $\frac{x-3}{x-7}$

٢٥

معهد العراب العالي للتدريب

شكرا

معهد العراب العالي للتدريب

121 رياضيات

سارة عبدالله

معهد العراب العالي للتدريب

4

المحاضرة الرابعة

المصفوفات

2023

5

محتويات المحاضرة

1. رتبة المصفوفة.
2. منقول المصفوفة.
3. العمليات على المصفوفة.
4. معكوس المصفوفة.
5. محددة المصفوفة.

المصفوفات

المصفوفة: تنظيم عددي مكون من صفوف وأعمدة مكتوباً داخل قوسين.

رمز المصفوفة: يرمز للمصفوفة برمز أبجدي كبير A, B, C, ..., Z

رتبة المصفوفة: رتبة المصفوفة $m \times n$ حيث m هي عدد الصفوف، و n هي عدد الأعمدة.

تساوي مصفوفتين: نقول عن مصفوفتين متساويتين إذا كان:

- لهما نفس الرتبة.
- عناصرهما المتناظرة متساوية.

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 5 & -8 \end{pmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 5 & -8 \end{bmatrix}$$

مصفوفات خاصة

المصفوفة المربعة : المصفوفة التي عدد صفوفها يساوي عدد أعمدتها.

$$H=\begin{bmatrix}1 & 8 & 8 & 5\\ 4 & 5 & 1 & 5\\ 1 & 7 & 4 & 2\\ 0 & 9 & 9 & 7\end{bmatrix} \qquad A=\begin{pmatrix}2 & 5\\ 3 & 5\end{pmatrix} \qquad B=\begin{bmatrix}2 & 3 & 9\\ 3 & 6 & 14\\ 7 & 4 & 4\end{bmatrix}$$

المصفوفة القطرية: مصفوفة مربعه عناصرها تساوي الصفر ماعدا عناصر القطر الرئيسي.

$$B=\begin{bmatrix}2 & 0 & 0\\ 0 & 6 & 0\\ 0 & 0 & 4\end{bmatrix}$$

مصفوفة الوحدة : مصفوفة قطرية عناصر قطرها الواحد الصحيح. يرمز لها بالرمز (I)

$$I_3=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix} \qquad I_4=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \qquad I_2=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$$

٥

مثال

أوجدي رتبة المصفوفة:

- $A = \begin{bmatrix} 2 & 7 & 3 \\ 1 & 8 & 0 \end{bmatrix}$
- $W = \begin{bmatrix} 2 \\ 8 \\ 7 \end{bmatrix}$
- $D = [5 \quad 9 \quad 7 \quad 4]$

أحسبي قيمة المتغيرات فيما يلي:

- $\begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 2x & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & y \\ 8 & 1 \end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix} 2 & x \\ 3y & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$

العمليات على المصفوفات

الجمع والطرح: نستطيع جمع أو طرح المصفوفات إذا كان لهما نفس الرتبة.

الطريقة: نجمع أو نطرح العناصر المتناظرة **والناتج:** مصفوفة لها نفس الرتبة.

الضرب:-

- **ضرب عدد حقيقي بمصفوفة:**

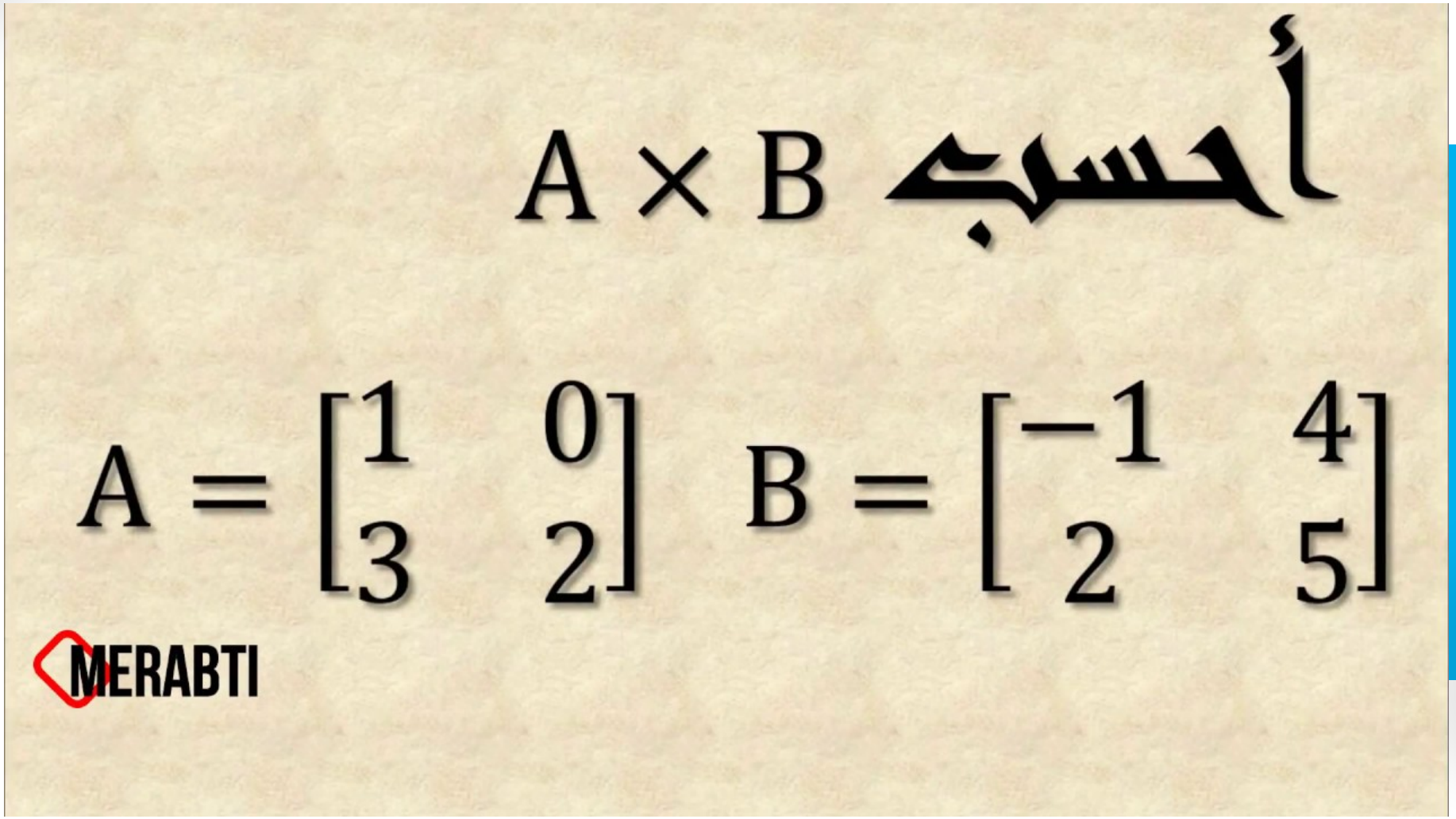
الطريقة: نضرب العدد بجميع عناصر المصفوفة، **الناتج:** مصفوفة لها نفس الرتبة.

- ضرب مصفوفتين: نضرب إذا كان عدد أعمدة المصفوفة الأولى يساوي عدد صفوف المصفوفة الثانية.

الطريقة: يتم ضرب الصف الأول من المصفوفة الأولى بالعمود الأول ثم الثاني ثم ... من المصفوفة الثانية عند ضرب صف بعمود، نضرب العنصر الأول مع الأول والثاني مع الثاني و... ثم نجمع.

الناتج: مصفوفة عدد صفوفها هو عدد صفوف المصفوفة الأولى وعدد أعمدتها هو عدد أعمدة المصفوفة الثانية.

فيديو توضيحي لضرب المصفوفات



٨

مثال

إذا كانت $B=\begin{bmatrix}4 & 8\\ 5 & 10\end{bmatrix}$ المطلوب $A=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$

$A+B$

$A-B$

$7A+2B$

$A\cdot B$

مثال

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 0 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 4 & -1 & 2 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 5 \\ 4 \\ -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 7 & 8 \end{bmatrix} =$$

معهد العراب العالي للتدريب

المحاضرة الخامسة

5

المصفوفات

2023

5

محتويات المحاضرة

1. محددة المصفوفة.
2. معكوس المصفوفة.

١٢

المحددة

عدد حقيقي نحصل عليه من مصفوفة مربعة (عدد صفوفها يساوي عدد أعمدتها) باستخدام قواعد معينة.

يرمز لها بأحد الرموز Δ أو $det(A)$ أو $|A|$.

الرتبة 1x1 نفس العنصر

$|7| = 7$

الرتبة 2x2 حاصل ضرب القطر الرئيسي مطروحاً منه حاصل ضرب القطر الثانوي.

$$A = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \Rightarrow \det(A) = ad - bc$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = 6 - 20 = -14$$

١٣

المحددة

الرتبة 3X3

مجموع حواصل ضرب عناصر الأقطار الرئيسية مطروحاً منه مجموع حواصل ضرب الأقطار الثانوية.وذلك بعد إضافة العمودين الأول والثاني على الترتيب

$$\begin{vmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 5 & 7 & 1 \\ 9 & 0 & 3 \end{vmatrix} \begin{matrix} 3 & 4 \\ 5 & 7 \\ 9 & 0 \end{matrix}$$

$$\Delta 1 = 63 + 36 + 0 = 99$$
$$\Delta 2 = 126 + 0 + 60 = 186$$

$$\Delta = \Delta 1 - \Delta 2$$
$$= 99 - 186 = -87$$

١٤

مثال

احسب قيمة المحددات التالية

$$A = |5|$$

$$C = |-9|$$

$$A = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 6 \end{vmatrix}$$

$$B = \begin{vmatrix} 0 & 7 \\ 3 & 6 \end{vmatrix}$$

$$S = \begin{vmatrix} 5 & -9 \\ 7 & 8 \end{vmatrix}$$

$$T = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 7 \\ 2 & -1 & 4 \\ 5 & 0 & 3 \end{vmatrix}$$

١٥

معكوس المحددة

مقلوب (معكوس) المصفوفة

لابد أن تكون مصفوفة مربعة محددتها لا تساوي صفراً ، ورمزها (A^{-1}) .

إذا كانت $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ فإن $A^{-1}=\dfrac{\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}}{\det(A)}$

١٦

مثال

أوجدي مكوس المصفوفة:

$$A=\begin{pmatrix}2 & 5\\ 3 & 5\end{pmatrix}$$

$$j=\begin{bmatrix}4 & 8\\ 6 & -3\end{bmatrix}$$

$$D=\begin{pmatrix}1 & 5\\ 0 & 4\end{pmatrix}$$

١٧

الواجب

أوجدي مكوس المصفوفة:

$$R=\begin{pmatrix}2 & 8\\ 1 & 4\end{pmatrix}$$

أوجدي محددة المصفوفة:

$$F=\begin{vmatrix}2 & 6\\ 8 & -1\end{vmatrix}$$

أوجدي ضرب المصفوفة:

$$\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 0 & -3 & 4\\ 1 & 5 & 2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}=$$

١٨

مراجعة سريعة

- يمكن جمع وطرح المصفوفات إذا كان لها نفس الرابة.
- يمكن ضرب المصفوفات إذا كان عدد أعمدة المصفوفة الأولى تساوي عدد صفوف المصفوفة الثانية.
- يمكن إيجاد محددة المصفوفات المربعة فقط باستخدام القانون.
- يمكن إيجاد معكوس المصفوفة المربعة باستخدام القانون.

2023

النهاية

سؤال و إجابة

إذا كانت المصفوفة $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -4 \end{bmatrix}$، فإن منقول المصفوفة $A =$

- $A' = \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$
- $A' = [1 \quad 2 \quad -4]$
- $A' = [-4 \quad 2 \quad 1]$
- $A' = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -4 \end{bmatrix}$

معهد العراب العالي للتدريب

شكرا