



121

رياضيات

سارة عبدالله

المحاضرة الرابعة

4

المصفوفات

2023

5



محتويات المحاضرة



1. رتبة المصفوفة.
2. منقول المصفوفة.
3. العمليات على المصفوفة.
4. معكوس المصفوفة.
5. محددة المصفوفة.

المصفوفات

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 5 & -8 \end{pmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 5 & -8 \end{bmatrix}$$

المصفوفة: تنظيم عددي مكون من صفوف وأعمدة مكتوباً داخل قوسين.

رمز المصفوفة: يرمز للمصفوفة برمز أبجدي كبير A, B, C, \dots, Z

رتبة المصفوفة: رتبة المصفوفة $m \times n$ حيث m هي عدد الصفوف، و n هي عدد الأعمدة.

تساوي مصفوفتين: نقول عن مصفوفتين متساويتين إذا كان:

- لهما نفس الرتبة.
- عناصرهما المتناظرة متساوية.

مصفوفات خاصة

المصفوفة المربعة: المصفوفة التي عدد صفوفها يساوي عدد أعمدتها.

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 8 & 8 & 5 \\ 4 & 5 & 1 & 5 \\ 1 & 7 & 4 & 2 \\ 0 & 9 & 9 & 7 \end{bmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 9 \\ 3 & 6 & 14 \\ 7 & 4 & 4 \end{bmatrix}$$

المصفوفة القطرية: مصفوفة مربعة عناصرها تساوي الصفر ما عدا عناصر

القطر الرئيسي.

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

مصفوفة الوحدة: مصفوفة قطرية عناصر قطرها الواحد الصحيح. يرمز لها

بالرمز (1)

$$I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$I_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

مثال

أحسب قيمة المتغيرات فيما يلي:

$$\bullet \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 2x & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & y \\ 8 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\bullet \begin{bmatrix} 2 & x \\ 3y & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$$

أوجد رتبة المصفوفة:

$$\bullet A = \begin{bmatrix} 2 & 7 & 3 \\ 1 & 8 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bullet W = \begin{bmatrix} 2 \\ 8 \\ 7 \end{bmatrix}$$

$$\bullet D = [5 \ 9 \ 7 \ 4]$$

العمليات على المصفوفات

الجمع والطرح: نستطيع جمع أو طرح المصفوفات إذا كان لهما نفس الرتبة.
الطريقة: نجمع أو نطرح العناصر المتناظرة **والناتج:** مصفوفة لها نفس الرتبة.

الضرب:-

• **ضرب عدد حقيقي بمصفوفة:**

الطريقة: نضرب العدد بجميع عناصر المصفوفة، **الناتج:** مصفوفة لها نفس الرتبة.

• **ضرب مصفوفتين:** نضرب إذا كان عدد أعمدة المصفوفة الأولى يساوي عدد صفوف المصفوفة الثانية.

الطريقة: يتم ضرب الصف الأول من المصفوفة الأولى بالعمود الأول ثم الثاني ثم ... من المصفوفة الثانية

عند ضرب صف بعمود، نضرب العنصر الأول مع الأول والثاني مع الثاني و... ثم نجمع.

الناتج: مصفوفة عدد صفوفها هو عدد صفوف المصفوفة الأولى وعدد أعمدتها هو عدد أعمدة المصفوفة الثانية.

أحسب $A \times B$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$$

 MERABTI

مثال

المطلوب $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 4 & 8 \\ 5 & 10 \end{bmatrix}$ إذا كانت

$$A + B$$

$$A - B$$

$$7A + 2B$$

$$A \cdot B$$

مثال

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 0 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 4 & -1 & 2 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 5 \\ 4 \\ -3 \end{bmatrix} \cdot [1 \ 7 \ 8] =$$

المحاضرة الخامسة

5

2023

المصفوفات

5



محتويات المحاضرة



1. محددة المصفوفة.
2. معكوس المصفوفة.

المحددة

عدد حقيقي نحصل عليه من مصفوفة مربعة (عدد صفوفها يساوي عدد أعمدتها) باستخدام قواعد معينة.
يرمز لها بأحد الرموز Δ أو $det(A)$ أو $|A|$.

الرتبة 1x1	نفس العنصر $ 7 = 7$
الرتبة 2x2	حاصل ضرب القطر الرئيسي مطروحاً منه حاصل ضرب القطر الثانوي. $A = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \Rightarrow det(A) = ad - bc$ $\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = 6 - 20 = -14$

المحددة

الرتبة 3X3

مجموع حواصل ضرب عناصر الأقطار الرئيسية مطروحاً منه مجموع حواصل ضرب

الأقطار الثانوية. وذلك بعد إضافة العمودين الأول والثاني على الترتيب

$$\begin{array}{ccc|c} 3 & 4 & 2 & 34 \\ 5 & 7 & 1 & 57 \\ 9 & 0 & 3 & 90 \end{array}$$

$$\Delta_1 = 63 + 36 + 0 = 99$$

$$\Delta_2 = 126 + 0 + 60 = 186$$

$$\begin{aligned} \Delta &= \Delta_1 - \Delta_2 \\ &= 99 - 186 = -87 \end{aligned}$$

مثال

احسب قيمة المحددات التالية

$$A = |5|$$

$$C = |-9|$$

$$A = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 6 \end{vmatrix}$$

$$B = \begin{vmatrix} 0 & 7 \\ 3 & 6 \end{vmatrix}$$

$$S = \begin{vmatrix} 5 & -9 \\ 7 & 8 \end{vmatrix}$$

$$T = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 7 \\ 2 & -1 & 4 \\ 5 & 0 & 3 \end{vmatrix}$$

معكوس المحددة

مقلوب (معكوس) المصفوفة

لا بد أن تكون مصفوفة مربعة محددها لا تساوي صفراً ، ورمزها (A^{-1}) .

$$A^{-1} = \frac{\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}}{\det(A)} \quad \text{فإن} \quad A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \quad \text{إذا كانت}$$

مثال

أوجدي مكوس المصفوفة:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$j = \begin{bmatrix} 4 & 8 \\ 6 & -3 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

الواجب

$$R = \begin{pmatrix} 2 & 8 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$F = \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 8 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & 4 \\ 1 & 5 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

أوجدني مكوس المصفوفة:

أوجدني محددة المصفوفة:

أوجدني ضرب المصفوفة:

2023

النهاية

2

مراجعة سريعة

- يمكن جمع وطرح المصفوفات إذا كان لها نفس الرتبة.
- يمكن ضرب المصفوفات إذا كان عدد أعمدة المصفوفة الأولى تساوي عدد صفوف المصفوفة الثانية.
- يمكن إيجاد محددة المصفوفات المربعة فقط باستخدام القانون.
- يمكن إيجاد معكوس المصفوفة المربعة باستخدام القانون.



سؤال و إجابة

إذا كانت المصفوفة $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -4 \end{bmatrix}$ ، فإن منقول المصفوفة $A =$

• $A' = \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

• $A' = [1 \ 2 \ -4]$

• $A' = [-4 \ 2 \ 1]$

• $A' = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -4 \end{bmatrix}$



شكرا